

СЕМЕНЧИН Е.А., КУЗЯКИНА М.В.

(г. Краснодар, Кубанский государственный университет)

ФИЛЬТРАЦИЯ ШУМОВ ПРИ РЕШЕНИИ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА ПРИМЕСИ

В данной работе предлагаются результаты исследования обратной задачи в рамках математической модели рассеяния примеси в атмосфере, описанной в [1]: по экспериментально заданным значениям концентрации примеси $q(t, x, y, z)$, $t = [0, T]$, основным параметрам модели: U , W , K_x , K_y , K_z и координатами источника $(0, 0, H)$ определить его мощность $Q(t)$.

Если фоновая концентрация $\varphi(x, y, z)$ в модели рассеяния примеси не учитывается, то функцию источника примеси f в указанной модели можно определить из полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии. Если источник f является точечным с координатами (x_0, y_0, H) , то

$$f(t, x, y, z) = Q(t)\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(z - H).$$

Решение задачи не изменится, если f заменить на $Q(t)$. Тогда указанная обратная задача сводится к определению $Q(t)$ из соотношения:

$$Q(t) = \frac{\partial q}{\partial t} + U \frac{\partial q}{\partial x} - W \frac{\partial q}{\partial z} + \alpha q - \frac{\partial}{\partial x} K_x \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} K_y \frac{\partial q}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial q}{\partial z}. \quad (1)$$

Обозначим для удобства записи через R_t , R_x , R_z , R_{xx} , R_{yy} и R_{zz} частные производные первого и второго порядков функции $q(t, x, y, z)$ по t , x , y и z соответственно.

Согласно [3] вычисление производной n -го порядка некоторой функции сводится к решению интегрального уравнения первого рода. Например, для определения $R_{zz}(t, x, y, z)$ имеем уравнение:

$$q(t, x, y, z) = \int_0^z (z - \tau) \cdot R_{zz}(t, x, y, \tau) d\tau. \quad (2)$$

Задача построения решения таких уравнений является некорректно поставленной [3]. Интегральное уравнение (2) можно аппроксимировать в

дискретные моменты $t_1, t_2, \dots, t_N \in [0, T]$ системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$AR_{zz} + \tilde{v} = q, \quad (3)$$

где $\tilde{v}$ – ошибки измерений q и производимых вычислений, представляющих собой в совокупности белый гауссов шум.

Для подавления влияния $\tilde{v}$ на решение СЛАУ (3) предлагается использовать многошаговый фильтр Калмана-Бьюси [2]. Оптимальная в среднеквадратическом смысле оценка $R_{zz}^{(l)}$ решения R_{zz} системы (3) имеет вид [2]:

$$R_{zz}^{(l)} = R_{zz}^{(l-1)} + \left(\left(P^{(l-1)} \right)^{-1} + A^T \left(N^{(l)} \right)^{-1} A \right)^{-1} A^T \left(N^{(l)} \right)^{-1} \left(q^{(l)} - AR_{zz}^{(l-1)} \right), \quad (4)$$

$$P^{(l)} = \left(\left(P^{(l-1)} \right)^{-1} + A^T N^{(l)} A \right)^{-1}, \quad N = M[\tilde{v}\tilde{v}^T], \quad l = 1, 2, \dots, L,$$

где $R_{zz}^{(0)} = R_{zz}(0, x, y, z)$ - начальные приближения для решения, $P^{(0)}$ - матрица ковариаций ошибок решения.

Аналогично определяются оценки $R_{xx}^{(l)}, R_{yy}^{(l)}, R_t^{(l)}, R_x^{(l)}, R_z^{(l)}$ значений производных $R_{xx}, R_{yy}, R_t, R_x, R_z$.

Подставляя полученные оценки в (1), получим наилучшую в среднем квадратическом смысле оценку $Q(t_k)$ мощности $Q(t_k)$, $k = 1, \dots, N$.

Описанный алгоритм реализован в программном продукте «МФКВ» на языке программирования MATLAB C/C++ Math Library 2.2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семенчин Е.А. Аналитические решения краевых задач в математической модели атмосферной диффузии. Ставрополь: СКИУУ, 1993. – 141 с.
2. Сизиков В.С. Устойчивые методы обработки результатов измерений. Учебное пособие – СПб: Изд-во «СпецЛит», 1999. – 240 с.
3. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1979. – 142 с.